УДК 536.25

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНОМ АППАРАТЕ

А.В. Шваб, *В.Н. Брендаков

Томский государственный университет
*Северский государственный технологический институт
E-mail: bvn@ssti.ru

Представлены результаты численных расчетов турбулентного закрученного осесимметричного течения. Расчет турбулентных характеристик проведен на основе дифференциальной модели турбулентности. Приведены результаты сравнения численных расчетов с экспериментальными данными. Показаны результаты численного исследования о влиянии геометрии рабочей зоны пневматического классификатора на характер течения.

Центробежные аппараты широко используют во многих отраслях народного хозяйства. Вопросы проектирования новых моделей и совершенствование существующих конструкций тесно связаны с анализом процессов, происходящих в этих аппаратах. Гидродинамическая картина течения, реализуемая в таких устройствах, оказывает существенное влияние на весь технологический процесс. Очень часто в пневматических аппаратах в качестве рабочей среды используют воздух, а сами конструкции имеют сложную геоме-

трическую форму. При этом режимы течения всегда являются турбулентными. Физическое моделирование таких процессов связано с большими затратами средств и времени. Методы математического моделирования можно рассматривать как один из перспективных способов успешного решения задачи о нахождения поля скорости, при этом получение аналитических решений практически невозможно или связано с низкой степенью достоверности. Следовательно, единственным способом решения поставленных задач можно считать метод численного моделирования.

В работе рассматривается центробежный аппарат, который представляет собой неподвижный цилиндрический корпус с осевым выходным патрубком в верхней части. Закрученный турбулентный поток подается через кольцевое отверстие в нижнем основании рабочей камеры.

Математическое моделирование турбулентного течения в таком аппарате основывается на осредненных уравнениях Навье-Стокса, в которых рейнольдсовские напряжения записываются с использованием градиентной модели Буссинеска. Эти уравнения в цилиндрической системе координат имеют вид [1]:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z)=0;$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r u_r)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z u_r)-$$
$$-\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial u_r}{\partial r}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial u_r}{\partial z}\right]\right\}=$$
$$=u_\varphi^2-r\frac{\partial P}{\partial r}+\frac{r}{\mathrm{Re}}\left[\frac{\partial \nu_t}{\partial r}\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{\partial \nu_t}{\partial z}\frac{\partial u_z}{\partial r}-\frac{u_r}{r^2}(1+\nu_t)\right];$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r u_\varphi)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z u_\varphi)-$$
$$-\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial u_\varphi}{\partial z}\right]\right\}= \qquad (1)$$
$$=-u_r u_\varphi-\frac{1}{\mathrm{Re}}\left[(1+\nu_t)\frac{u_\varphi}{r}+u_\varphi\frac{\partial \nu_t}{\partial r}\right];$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r u_z)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z u_z)-$$
$$-\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial u_z}{\partial r}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial u_z}{\partial z}\right]\right\}=$$
$$=-r\frac{\partial P}{\partial z}+\frac{r}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial \nu_t}{\partial r}\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial \nu_t}{\partial z}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right).$$

Представленная система уравнений Рейнольдса является незамкнутой. Для замыкания этих уравнений необходимо использовать модель турбулентности. Несмотря на значительные успехи современных исследователей в вопросах моделирования турбулентности, включая прямое численное моделирование и методы крупных вихрей, до сих пор наиболее оптимальной по возможностям использования в инженерных расчетах считается двухпараметрическая дифференциальная модель турбулентности. В развитии такого подхода авторами была создана оригинальная трехпараметрическая модель турбулентности на основе уравнений переноса для кинетической энергии турбулентных пульсаций, удельной скорости её диссипации и кажущейся турбулентной вязкости [2]. Эта модель, записанная в цилиндрической системе координат, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r k)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z k)=$$
$$=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\begin{array}{l}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,(1+\sigma_k\nu_t)\frac{\partial k}{\partial r}\right]+\\ +\frac{\partial}{\partial z}\left[r\,(1+\sigma_k\nu_t)\frac{\partial k}{\partial z}\right]\end{array}\right\}+Gen-C_1 r\,\omega k;$$

$$(r u_r\omega)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z\omega)=$$
$$=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\begin{array}{l}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,(1+\sigma_\omega\nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial r}\right]+\\ +\frac{\partial}{\partial z}\left[r\,(1+\sigma_\omega\nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial z}\right]\end{array}\right\}+C_2\frac{\omega}{k}Gen-C_1 r\,\omega^2;$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r u_r\nu_t)+\frac{\partial}{\partial z}(r u_z\nu_t)=$$
$$=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\begin{array}{l}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial \nu_t}{\partial r}\right]+\\ +\frac{\partial}{\partial z}\left[r\,(1+\nu_t)\frac{\partial \nu_t}{\partial z}\right]\end{array}\right\}+C_3\frac{\nu_t}{k}Gen-C_1 r\omega\nu_t;$$

$$Gen=\frac{\nu_t r}{\mathrm{Re}}\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}-\frac{u_\varphi}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z}\right)^2+\\ +2\left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{u_r}{r}\right)^2+\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2\right]\end{array}\right\}. \qquad (2)$$

Здесь константы модели турбулентности имеют следующие значения:

$$C_1=0{,}09;\quad C_2=1-\frac{\sigma_\omega\chi^2}{\sqrt{C_1}};$$
$$C_3=1-\frac{\chi^2}{\sqrt{C_1}};\quad \sigma_k=\sigma_\omega=0{,}35;\quad \chi=0{,}4. \qquad (3)$$

Математическая модель турбулентного течения решалась численно с использованием метода конечных разностей. Решение строилось в переменных скорость – давление. При записи исходных уравнений применялась схема физического расщепления по времени [3]. Разностный аналог исходной системы дифференциальных уравнений в частных производных записывается на разнесенной сетке, что обеспечивает высокую точность получаемого решения. Представление конвективных членов уравнений переноса с помощью экспоненциальной зависимости [4] позволило получить второй порядок точности решения по координатам и устойчивость расчетной схемы. Численное решение определялось на основе неявного метода переменных направлений с использованием алгоритма прогонки.

Для рассматриваемой задачи использовались следующие граничные условия. Во входном сечении все переменные имеют постоянные значения. На выходе из аппарата ставились мягкие условия Неймана. На твердых непроницаемых поверхностях имеет место условие прилипания жидкости и вырождение характеристик турбулентности, кроме удельной скорости диссипации. В этом случае значение удельной скорости диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций определяется из баланса между молекулярной диффузией и деструкцией диссипации. В зависимости от ориентации границы можно получить выражения:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} = \mathrm{Re}\, C_1 \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{6}{\mathrm{Re}\, C_1 (z - z_w)^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = r\, \mathrm{Re}\, C_1 \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{4}{\mathrm{Re}\, C_1 (r - r_w)^2}; \quad (4)$$

где индекс w соответствует координатам стенки.

Для проверки работоспособности созданной модели (1–4) и оценке достоверности получаемых результатов были проведены тестовые расчеты. Исследовалось течение между параллельными неподвижными дисками с направлением потока от периферии к оси. На рис. 1 показано распределение радиальной компоненты вектора скорости поперек канала на различных радиусах от входа. В качестве масштаба скорости выбрана u_0, радиальная скорость на входе в канал. За масштаб длины взята высота междискового пространства H. Символами обозначены экспериментальные данные [5]. Цифры соответствуют значениям r/r_0: 1 – 0,6, 2 – 0,4, 3 – 0,275, 4 – 0,185, где r – текущий радиус, r_0 – радиус входа.

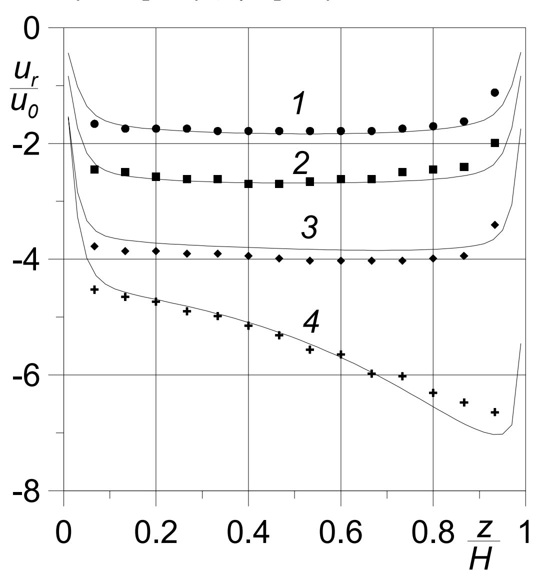


Рис. 1. *Сопоставление численных и экспериментальных данных при* Re*=1269*

Хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных позволяет сделать вывод о возможности использования построенной математической модели для численного исследования закрученных турбулентных течений в центробежных аппаратах.

Численное исследование гидродинамики турбулентного закрученного течения в рабочей камере центробежного аппарата представлено на рис. 2 и 3.

На рис. 2 изображено характерное распределение линий тока в рабочей камере, из которого видно, что вблизи внешней стенке центробежного аппарата формируется интенсивное рециркуляционное течение. Основное течение входящей жидкости наблюдается вдоль вертикальной оси аппарата. На рис. 3 представлены линии одинаковых значений окружной компоненты вектора скорости.

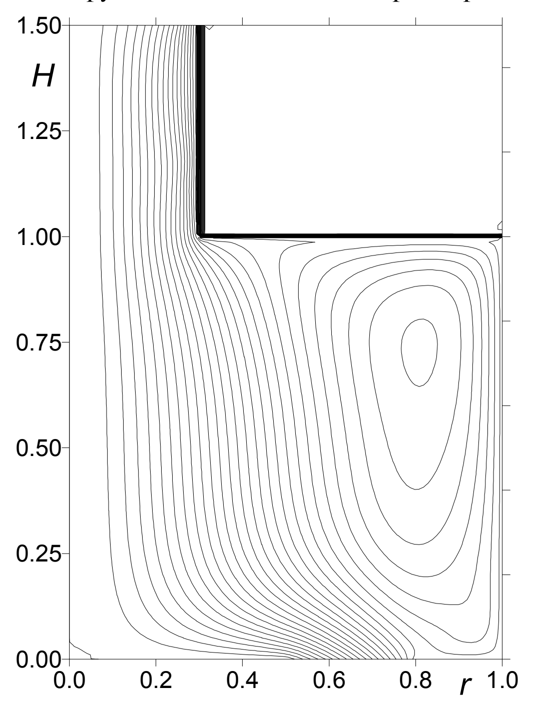


Рис. 2. *Распределение линий тока в расчетной области*

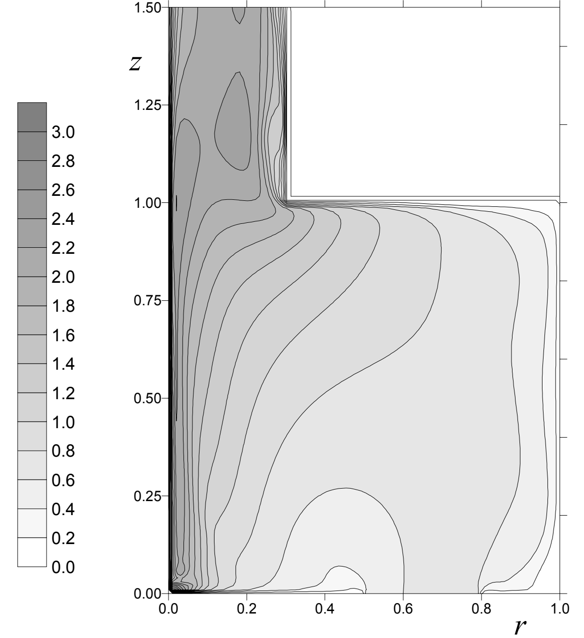


Рис. 3. *Распределение изолиний окружной компоненты скорости*

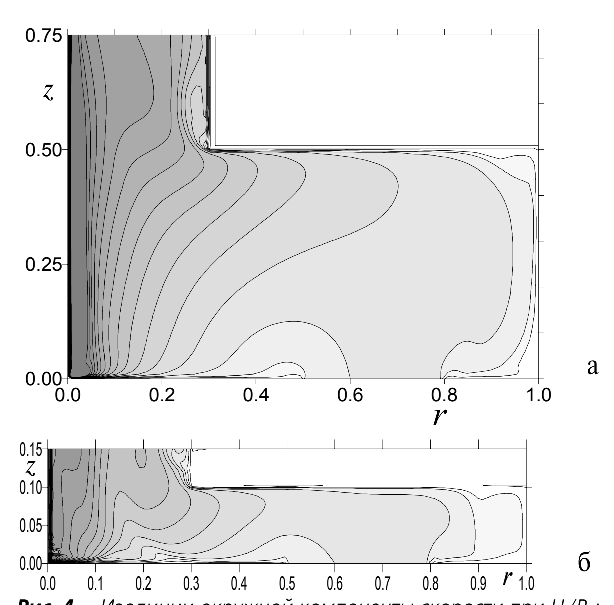


Рис. 4. *Изолинии окружной компоненты скорости при H/R_0: а) 0,5, б) 0,1*

Как видно из рисунка, имеет место тенденция к существенному увеличению значений окружной скорости по мере приближения потока к выходному патрубку.

Одним из параметров, влияющих на гидродинамическую обстановку в рабочей камере центробежного аппарата, является высота конструкции. Результаты исследования влияния этого параметра на распределение окружной скорости представлены на рис. 4.

Как видно из представленных иллюстраций, уменьшение высоты рабочей зоны не ведет к существенным изменениям поля окружной компоненты скорости. Однако следует отметить, что с изменением геометрии существенно меняется направление движения основного потока. Таким образом, угол между аэродинамической силой и центробежной силой может существенно изменится. Это явление может оказать значительное влияние на процесс разделения тонкодисперсных частиц в центробежном аппарате.

Созданная математическая модель турбулентного течения в центробежном аппарате может быть использована для оптимизации режимных и геометрических параметров существующих устройств, а также при создании новых перспективных конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
2. Шваб А.В., Брендаков В.Н. Трехпараметрическая модель турбулентности // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Докл. II Всеросс. научной конф. – Томск: Изд-во ТГУ, 2000. – С. 213–214.
3. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 728 с.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
5. Singh A., Vyas B.D., Powle U.S. Investigations on inward flow between two stationary parallel disks // Int. J. Heat and Fluid Flow. – 1999. – № 20. – P. 395–401.

УДК 66.023.2